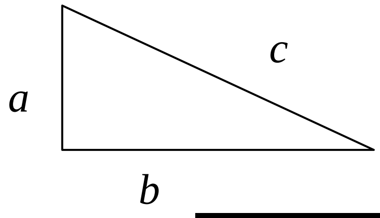
MATEMATICAS I – 1º BACHILLERATO
RESUMEN DE TRIGONOMETRÍA

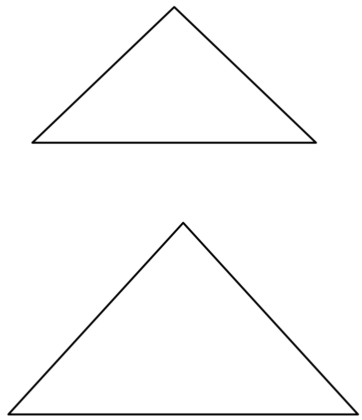
1. Teorema de Pitágoras:



$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

2. Semejanza de triángulos:

Dos triángulos son semejantes si: - Tienen sus ángulos iguales.
- Tienen sus lados proporcionales.



Criterios de semejanza: para comprobar que dos triángulos son semejantes basta verificar uno de estos tres criterios:

1º Tienen 2 ángulos iguales.
2º Tienen 1 ángulo igual y proporcionales los lados que lo contienen.
3º Tienen los tres lados proporcionales.

3. Unidades para medir ángulos:

Sistema sexagesimal: Su unidad es el grado sexagesimal (º). La circunferencia completa mide 360º.
Sus fracciones son: el minuto (‘) : 1º = 60’.
El segundo (‘’): 1’ = 60’’.

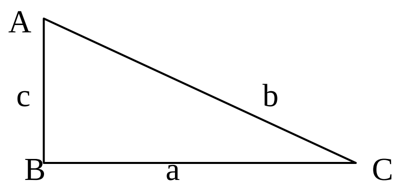
El radián: Es la medida de un ángulo cuyo arco mide igual que el radio de la circunferencia donde se inscribe.
La circunferencia completa mide 2π radianes.

Para pasar de grados a radianes o viceversa se utiliza la equivalencia $\pi\ rad = 180º$.

Así por ejemplo, $1\ rad = 57º17’44’’$.

30º = $\pi/6$ rad.
45º = $\pi/4$ rad.
60º = $\pi/3$ rad.
90º = $\pi/2$ rad.

4. Razones trigonométricas:



$$senC = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{b}$$

$$\cos C = \frac{\text{cateto } contiguo}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{b}$$

$$tgC = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{c}{a}$$

Además se definen las razones trigonométricas inversas siguientes:

$$\sec C = \frac{1}{\cos C} \quad ; \quad \cos ecC = \frac{1}{senC} \quad ; \quad \cot gC = \frac{1}{tgC}$$

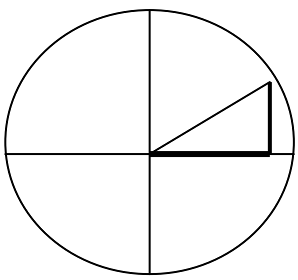
Se aconseja aprenderse las definiciones no por las letras de los ángulos y los lados, pueden variar en cada situación.
Es importante entender que las razones dependen del ángulo no del triángulo.

5.Relaciones entre las razones trigonométricas:

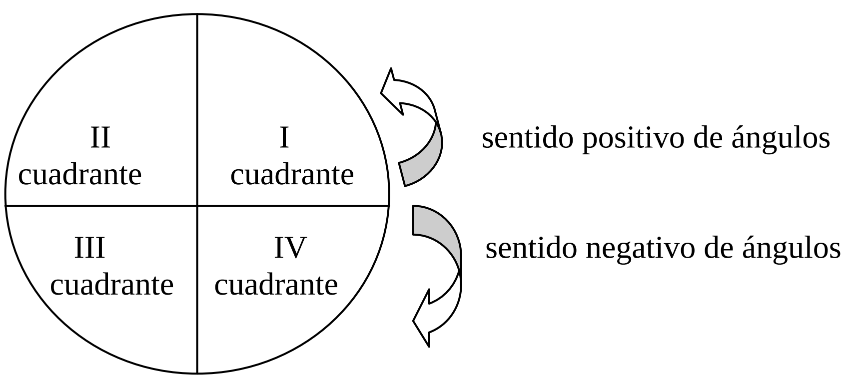
$$tg\alpha = \frac{sen\alpha}{\cos\alpha} \qquad sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \qquad 1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

6.Ampliación del concepto de ángulo:

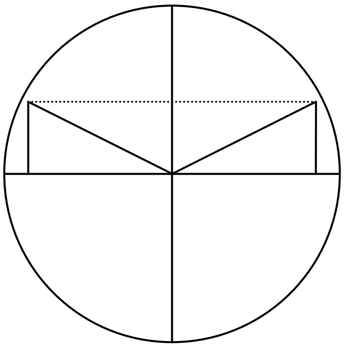
Se conoce con el nombre de circunferencia goniométrica a aquella cuyo radio es la unidad.



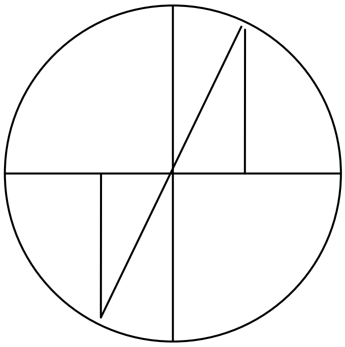
Observa que al ser la hipotenusa la unidad, el segmento vertical representa el seno del ángulo y el horizontal el coseno.



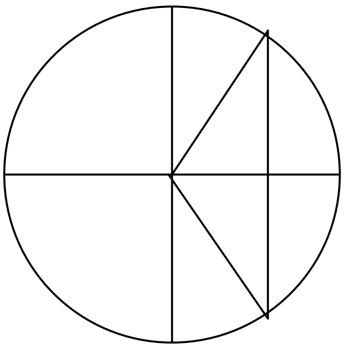
7. Relaciones entre ángulos de distintos cuadrantes:



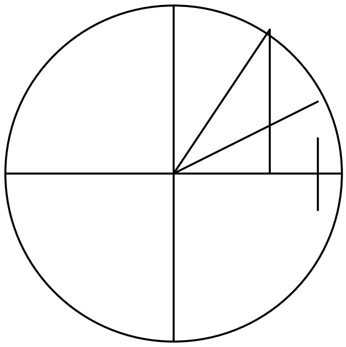
$$sen(180^o-\alpha)=sen\alpha$$
$$\cos(180^o-\alpha)=-\cos\alpha$$
$$tg(180^o-\alpha)=-tg\alpha$$



$$sen(180^o+\alpha)=-sen\alpha$$
$$\cos(180^o+\alpha)=-\cos\alpha$$
$$tg(180^o+\alpha)=tg\alpha$$



$$sen(-\alpha)=sen\alpha$$
$$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$$
$$tg(-\alpha)=-tg\alpha$$



$$sen(90^o-\alpha)=\cos\alpha$$
$$\cos(90^o-\alpha)=sen\alpha$$
$$tg(90^o-\alpha)=\cot g\alpha$$

8. Resolución de triángulos:

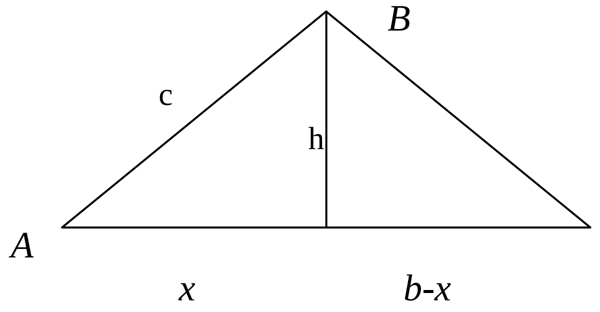
A) Si el triángulo es rectángulo:

- Utilizar las definiciones de las razones trigonométricas para relacionar lados con ángulos.
- Utilizar el teorema de Pitágoras para relacionar los tres lados del triángulo.
- Utilizar que A + B + C =180º para relacionar los tres ángulos del triángulo (uno de ellos es 90º).

B) Si el triángulo no es rectángulo:

Sobre todo tener en cuenta que no se puede aplicar Pitágoras ni las definiciones de las razones trigométricas.
Lo mas conveniente es dividir el triángulo en dos rectángulos trazando la altura desde un vértice y asi se puede aplicar todo lo anterior.

El método más usual es el conocido como estrategia de la altura:



$$\left.\begin{array}{l} tgA = \dfrac{h}{x} \\ tgC = \dfrac{h}{b-x} \end{array}\right\}$$

Puedes utilizar también el teorema de los senos y el teorema del coseno:

Teorema de los senos

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$$

Teorema del coseno

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

Ejercicios tipo:

1) Me dan una razón y me piden el resto: Usar las formulas trigonométricas (apartado 5). Ten en cuenta que lo que planteas realmente es una ecuación.
2) Me dan un las razones de un ángulo y me piden las razones de otros ángulos: comprobar que dichos ángulos están “relacionados”(suman 180º, 90º, 270º, 360, son opuestos,…). En este caso razona con un dibujo la relación entre sus razones trigonométricas. ¡¡No te aprendas de memoria las fórmulas del apartado 7!!
3) Me piden que demuestre una igualdad trigonométrica: Es en realidad un ejercicio de fracciones algebraicas , solo que aquí valen las fórmulas trigonométricas. Da pasos lógicos y no intentes llegar al otro miembro inmediatamente. Si no lo consigues intenta desde el el otro miembro llegar al punto en el que dejaste el primero.
4) Resolución de triángulos: Intenta dibujar el triángulo que refleje la situación del problema. Ten en cuenta que tienes muchas herramientas (pero tampoco son tantas como para perderse) que relacionan los lados y ángulos de un triángulo. Basta con que des con la adecuada.

Consejo: Es conveniente que la calculadora se encuentre en “mode” DEG (el que trabaja en º ‘ ‘’). Si te dan ángulos en radianes pásalo a grados. Aprende a utilizar tu calculadora, pues puede que la de tu compañero sea diferente en ciertos aspectos.

Esta guía – resumen no es la panacea para aprobar trigonometría pero la he desarrollado con la esperanza de que te sea útil cuando estudies. La trigonometría es una herramienta que se utiliza en muchos campos de la vida real. Encuéntrale la utilidad resolviendo problemas. ¡Animo y mucha suerte!